TS3 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°9
Proposition de correction

DES ÉGYPTIENS AU NUMÉRIQUE

Partie I : Les numérations anciennes

1. Numération égyptienne

1.1. La numération égyptienne appartient aux numérations additives car on additionne les valeurs de tous les signes.

1.2. La numération égyptienne utilise la base 10 : les symboles représentent des puissances de 10. Cette base a souvent été choisie parce que l'homme possède 10 doigts qu'il utilise pour compter.

1.3. L'inscription hiéroglyphique présente, dans l'ordre : 1 dieu agenouillé, 3 têtards, 3 doigts montrant le ciel, 3 fleurs de lotus, 3 rouleaux de papyrus et 3 anses de panier. Le nombre associé est donc : $1\ 000\ 000 + 3 \times 100\ 000 + 3 \times 10\ 000 + 3 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 3 \times 10 = 1\ 333\ 330$

1.4. 10 275 en numération égyptienne : 

2 012 en numération égyptienne : 

2. Numération babylonienne

2.1. La numération babylonienne appartient aux numérations de position : la position des symboles rentre en jeu pour indiquer de quelle puissance de 60 il s'agit.

2.2. En numération décimale, le nombre proposé est : $48 \times 60^2 + 0 \times 60^1 + 14 \times 60^0 = 172\ 814$.

2.3. 155 en numération babylonienne :  $(155 = 2 \times 60 + 35 \times 60^0)$

2 012 en numération babylonienne :  $(2012 = 33 \times 60 + 32 \times 60^0)$

2.4. Si l'homme avait possédé six doigts de trois phalanges chacune, le pouce aurait compté $3 \times 5 = 15$ phalanges sur une main. Sur l'autre main, 6 retenues auraient été possibles, soit $6 \times 15 = 90$. Les Babyloniens auraient donc sans doute compté en base 90.

Partie II : Numération binaire

1. La numération binaire appartient aux numérations de position.

2. Avec 4 bits, on peut écrire $2^4 = 16$ nombres différents alors qu'avec un octet (8 bits) on peut en écrire $2^8 = 256$.

3. Sur 4 bits : $(5)_{10} = 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0 = (0101)_2$ et $(11)_{10} = 1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 1\times 2^1 + 1\times 2^0 = (1011)_2$

4. $(0000\ 0011\ 0001)_2 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = (49)_{10}$

$(0111\ 1101\ 1100)_2 = 1\times 2^{1}0 + 1\times 2^9 + 1\times 2^8 + 1\times 2^7 + 1\times 2^6 + 0\times 2^5 + 1\times 2^4 + +1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 0\times 2^0$
$(0111\ 1101\ 1100)_2 = 1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 0 + 16 + 8 + 4 + 0 + 0 = (2012)_{10}$

Partie III : Signal analogique et signal numérique

1. Vrai ou faux

1.1. VRAI : le signal n'étant constitué que d'un nombre limité d'amplitudes discrètes.

1.2. FAUX : une copie d'un signal analogique est moins bonne que l'original.

1.3. FAUX : plus le pas est petit, plus fidèle est la numérisation du signal.

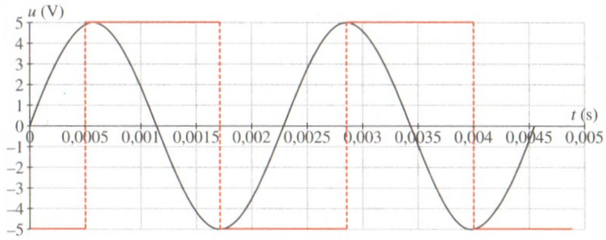
2. Numérisation du signal de la figure 3

2.1. Sur le document, on mesure 9 cm pour 0,005 secondes. Pour deux périodes, on mesure 8,2 cm soit une période de $T = \dfrac{8,2 \times 0,005}{9 \times 2} = 0,00228$ s. Si on estime faire la mesure au demi millimètre près, l'incertitude sur la mesure de $2T$ est alors de $\dfrac{0,05 \times 0,005}{9} = 2,8 \cdot 10^{-5}$ s et celle sur T vaut donc $\Delta T = 1,4 \cdot 10^{-5}$ s $\simeq 2 \cdot 10^{-5}$ s. On a donc $T = (228 \pm 2) \cdot 10^{-5}$ s

La fréquence est donnée par $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{228 \cdot 10^{-5}} = 439$ Hz et l'incertitude associée est donnée par $\dfrac{\Delta f}{f} = \dfrac{\Delta T}{T}$ d'où $\Delta f = f \cdot \dfrac{\Delta T}{T} = 439 \times \dfrac{2}{228} = 4$ Hz d'où $f = (439 \pm 4)$ Hz.

2.2. D'après le critère de Shannon, la fréquence minimale d'échantillonnage doit être $f_S = 2 \times f \simeq 880$ Hz.

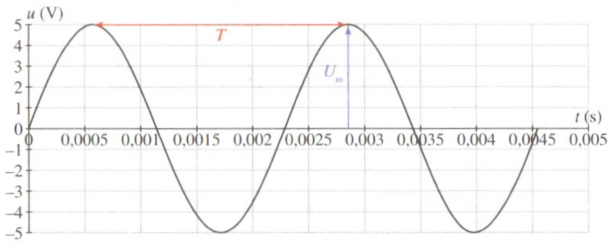
2.3. Avec cette fréquence d'échantillonnage, on ne prend qu'un mesure toutes les demies périodes d'où la figure ci-dessous. Le signal numérisé est fortement déformé par rapport à l'original.



Partie IV : Numérisation de signaux

1. Observation à l'oscilloscope

1.1. La période T s'exprime en secondes (s) et l'amplitude U_m en volts (V).



1.2. D'après les calculs de fréquence, 435 Hz $\leqslant f \leqslant$ 444 Hz, intervalle qui contient bien 440 Hz donc cette fréquence est compatible avec le son du diapason.

2. Acquisition

2.1. Pour optimiser la numérisation, il convient de choisir une fréquence d'échantillonnage plus élevée que celle donnée par le critère de Shannon.

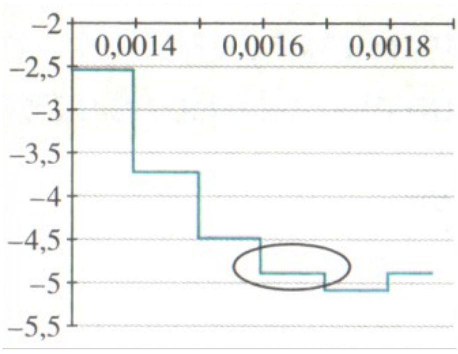
2.2. S'il faut dix points par période, cela signifie que la période d'échantillonnage doit être dix fois plus petite que la période du signal, soit : $T_e = \frac{T}{10}$ d'où $f_e = \frac{10}{T} = 10 \cdot f \simeq 4400$ Hz.

2.3. Le signal de la figure 5 est un signal numérique car il varie de façon discontinue et ne prend qu'un nombre limité de valeurs discrètes.

2.4. On dénombre environ 25 points de mesure par période.

2.5. Le quantum de conversion q est le pas en tension. Or l'interface accepte ± 25 V en entrée, soit une pleine échelle en tension de 50 V. En outre, le CAN travaille sur 8 bits, ce qui permet d'avoir au maxiumum 256 valeurs. On en déduit que $q = \frac{50}{256} = 0,20$ V.

2.6. Sur la figure ci-dessous, on mesure $q_{\text{mes}} = -4,9 - (-5,1) = 0,2$ V, valeur conforme à celle calculée précédemment à partir des données techniques.



3. Signaux complexes

3.1. Comme $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, on en déduit que $v^2 = \frac{F}{\mu}$ donc que $F = \mu \cdot v^2 = 0,95 \cdot 10^{-3} \times 340^2 = 110$ N.

3.2. Le spectre n°1 correspond au son du diapason car il ne comporte qu'un seul bâton : il s'agit d'un son pur. Le spectre n°2, quant à lui, présente plusieurs bâtons et correspond donc au son complexe du violon. C'est le timbre qui différencie ces deux sons.

3.3. La fréquence la plus élevée dans le son du violon est de 2200 Hz donc le critère de Shannon préconise une fréquence d'échantillonnage au moins égale au double, à savoir 4400 Hz.

3.4. Pour reproduire fidèlement un son à 20 kHz, fréquence la plus élevée que peut percevoir l'oreille humaine, il faut une fréquence d'échantillonnage au moins double, à savoir 40 kHz.