TS3 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°6 - Durée : 1h
Proposition de correction

LOIS DE KEPLER ET LOIS DE NEWTON

1. Planètes en orbite elliptique

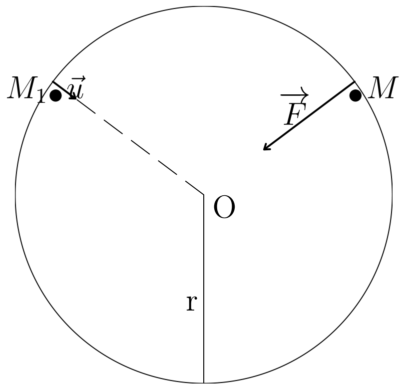
1.1. D'après la première loi de Kepler, dans le référentiel héliocentrique, les trajectoires des planètes sont des ellipses dont l'un des foyers est occupé par le centre du Soleil. Or la figure montre bien que le centre du Soleil est confondu avec l'un des foyers F_1 de l'ellipse constituant la trajectoire de la planète.

1.2. D'après la deuxième loi de Kepler, le segment [SM] balaie des aires égales pendant des durées égales. Si les durées de parcours entre M_1 et M_1' et entre M_2 et M_2' sont égales, alors on peut en déduire que les aires A_1 et A_2 balayées par le segment [SM] pendant cette même durée sont égales : $A_1 = A_2$.

1.3. La valeur de la vitesse moyenne de la planète entre les points M_1 et M_1' est inférieure à celle entre les points M_2 et M_2' car la distance parcourue par la planète sur son orbite, dans la même durée, est inférieure entre M_1 et M_1'. Comme la planète parcourt une plus petite distance pendant la même durée, cela signifie que la vitesse moyenne est moindre.

2. Approximation des orbites circulaires

2.1. Force de gravitation $\vec{F}$ exercée par le Soleil sur une planète du système solaire :



2.2. Expression littérale et vectorielle de cette force : $\vec{F} = G \cdot \dfrac{m \cdot M_S}{r^2} \cdot \vec{u}$

2.3. D'après la deuxième loi de Newton appliquée dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à la planète (ici, il n'y a que $\vec{F}$) est égale à la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement $\vec{p}$ de la planète (qui se résume dans ce cas au produit de la masse de la planète par le vecteur accélération de son centre d'inertie puisque la masse de la planète est constante). Ainsi, on obtient : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ d'où $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} = G \cdot \dfrac{M_S}{r^2} \cdot \vec{u}$.

2.4. D'après la deuxième loi de Kepler (question 1.3.), si l'orbite est circulaire, les distances $\widehat{M_1M_1'}$ et $\widehat{M_2M_2'}$ sont égales et comme elles sont parcourues en des durées égales, alors le mouvement de la planète est uniforme.

2.5. Comme le mouvement est circulaire uniforme, l'accélération est purement normale et $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r} \cdot \vec{u}$

3. Troisième loi de Kepler

3.1. D'après les questions 2.3. et 2.5. on a : $a = \dfrac{v^2}{r} = G \cdot \dfrac{M_S}{r^2}$ d'où $v^2 = G \cdot \dfrac{M_S}{r}$ et enfin $v = \sqrt{G \cdot \dfrac{M_S}{r}}$

3.2. Par définition, $T = \dfrac{2\pi \cdot r}{v}$

3.3. On a $T = \dfrac{2\pi \cdot r}{v} = 2\pi \cdot r \cdot \sqrt{\dfrac{r}{G \cdot M_S}}$ d'où $T^2 = 4\pi^2 \cdot r^2 \cdot \dfrac{r}{G \cdot M_S}$ soit $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_S} = cste.$

On retrouve bien là la troisième loi de Kepler dans le cas des obites circulaires : « le rapport du carré de la période de révolution au cube du demi grand-axe (ici le rayon) est le même pour toutes les planètes et ne dépend que de l'astre attracteur (ici le Soleil) ».